

Problema

En un procesador vectorial con las siguientes características:

- Registros con una longitud vectorial máxima de 64 elementos.
- Una unidad de suma vectorial con tiempo de arranque de 6 ciclos.
- Una unidad de multiplicación con tiempo de arranque de 7 ciclos.
- Una unidad de carga/almacenamiento con tiempo de arranque de 12 ciclos.
- La frecuencia de trabajo del procesador es 500 MHz.
- Tbase de 10 ciclos y Tbucle de 15 ciclos.

se pretende ejecutar el siguiente bucle:

```
for (i=1; i<=n; i++)  
    A(i) := x*A(i) + y*A(i);  
end for;
```

Escriba el código vectorial que realizaría las operaciones ubicadas en el interior del bucle y calcule T_e , T_{1000} , R_{1000} y R_∞ en los siguientes casos:

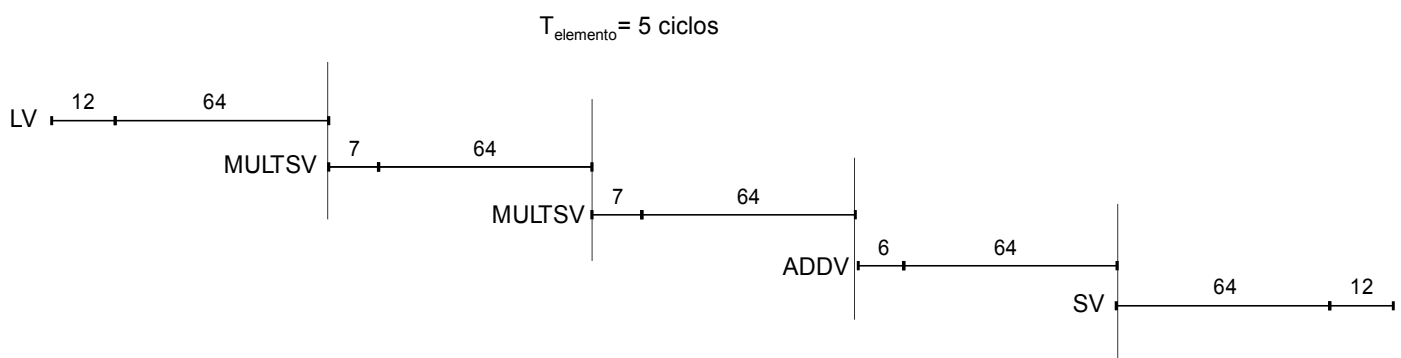
- Sin considerar encadenamiento de resultados.
- Permitiendo encadenamientos.
- Considerando encadenamientos y dos unidades de multiplicación.

Solución

a) Analizando los riesgos estructurales se obtiene el siguiente código vectorial:

Convoy 1:	LV	V1, R1	// Carga de A en V1
Convoy 2:	MULTSV	V2, F0, V1	// B := x * A
Convoy 3:	MULTSV	V3, F2, V1	// C := y * A
Convoy 4:	ADDV	V4, V3, V2	// A := B + C
Convoy 5:	SV	R1, V4	// Almacenamiento de A

La secuencia de ejecución de los cinco convoyes si se considera que VLR es 64 es la que se muestra en la siguiente figura.



Dado que hay cinco convoyes, T_{elemento} es 5 ciclos y el T_{arranque} total es igual a la suma de los tiempos de arranque visibles de los cinco convoyes. Esto es

$$T_{\text{arranque}} = T_{\text{arranque LV}} + 2 * T_{\text{arranque MULTSV}} + T_{\text{arranque ADDV}} + T_{\text{arranque SV}}$$

$$T_{\text{arranque}} = (12 + 2 * 7 + 6 + 12) \text{ ciclos} = 44 \text{ ciclos}$$

Sustituyendo los valores conocidos de *Tarranque* y *Telemento* en la expresión que determina el tiempo de ejecución de un bucle vectorizado para vectores de longitud n se tiene

$$T_n = 10 + \left\lceil \frac{n}{64} \right\rceil \cdot (15 + 44) + 5 \cdot n$$

que para el caso particular de $n=1000$ es

$$\begin{aligned} T_{1000} &= 10 + \left\lceil \frac{1000}{64} \right\rceil \cdot (15 + 44) + 5 \cdot 1000 \\ T_{1000} &= 10 + 16 \cdot (15 + 44) + 5 \cdot 1000 \\ T_{1000} &= 5954 \text{ ciclos} \\ R_{1000} &= \frac{3 \cdot 1000}{T_{1000}} = \frac{3000}{5954} = 0.5039 \text{ FLOP/ciclo} \end{aligned}$$

El rendimiento expresado en FLOP/ciclo es

$$\begin{aligned} R_{\infty} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3 \cdot n}{T_n} \right) \\ R_{\infty} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3 \cdot n}{10 + \left\lceil \frac{n}{64} \right\rceil \cdot (15 + 44) + 5 \cdot n} \right) \end{aligned}$$

Para simplificar los cálculos, la expresión $\lceil n/64 \rceil$ se puede reemplazar por una cota superior dada por $(n/64 + 1)$. Sustituyendo esta cota en R_{∞} y teniendo en cuenta que el número de operaciones vectoriales que se realizan en el bucle DAXPY son dos, una multiplicación y una suma, se tiene

$$\begin{aligned} R_{\infty} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3 \cdot n}{10 + \left(\frac{n}{64} + 1 \right) \cdot (15 + 44) + 5 \cdot n} \right) \\ R_{\infty} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3 \cdot n}{69 + 5,9219 \cdot n} \right) \\ R_{\infty} &= 0,5066 \text{ FLOP/ciclo} \end{aligned}$$

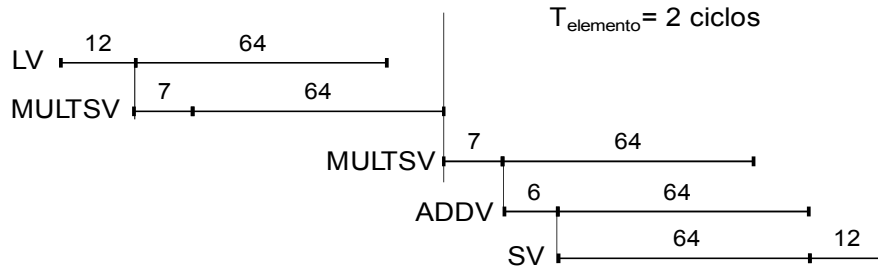
Para expresar R_{∞} en FLOPS, habría que multiplicar el valor en FLOP/ciclo por la frecuencia del procesador. Se tendría así

$$\begin{aligned} R_{\infty} &= 0,409 \text{ FLOP/ciclo} \cdot (500 \cdot 10^6) \text{ Hz} \\ R_{\infty} &= 204,5 \text{ MFLOPS} \end{aligned}$$

b) Dado que ahora es posible encadenar los resultados de las unidades, la organización del código vectorial en convoyes quedaría de la siguiente forma:

Convoy 1:	LV	V1, R1	// Carga de A en V1
	MULTSV	V2, F0, V1	// B := x * A
Convoy 2:	MULTSV	V3, F2, V1	// C := y * A
	ADDV	V4, V3, V2	// A := B + C

SV R1, V4 // Almacenamiento de A



El *Telemento* ha pasado a ser de 2 ciclos dado que ahora se tienen dos convoyes. El *Tarranque* total se obtiene de sumar los tiempos de arranque visibles de las unidades funcionales. Si se analiza la figura se tiene

$$Tarranque = Tarranque LV + 2 * Tarranque MULTV + Tarranque ADDV + Tarranque SV$$

$$Tarranque = (12 + 2 * 7 + 6 + 12) \text{ ciclos} = 44 \text{ ciclos}$$

Con estos valores la expresión del tiempo total de ejecución queda

$$T_n = 10 + \left\lceil \frac{n}{64} \right\rceil \cdot (15 + 44) + 2 \cdot n$$

que para el caso particular de $n=1000$

$$T_{1000} = 10 + \left\lceil \frac{1000}{64} \right\rceil \cdot (15 + 44) + 2 \cdot 1000$$

$$T_{1000} = 10 + 16 \cdot (15 + 44) + 2 \cdot 1000$$

$$T_{1000} = 2954 \text{ ciclos}$$

$$R_{1000} = \frac{3 \cdot 1000}{T_{1000}} = \frac{3 \cdot 1000}{2954} = 1,0156 \text{ FLOP/ciclo}$$

En lo que respecta al rendimiento expresado en FLOP por ciclo

$$R_{\infty} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3 \cdot n}{T_n} \right)$$

$$R_{\infty} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3 \cdot n}{10 + \left\lceil \frac{n}{64} \right\rceil \cdot (15 + 44) + 2 \cdot n} \right)$$

$$R_{\infty} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3 \cdot n}{10 + \left(\frac{n}{64} + 1 \right) \cdot (15 + 44) + 2 \cdot n} \right)$$

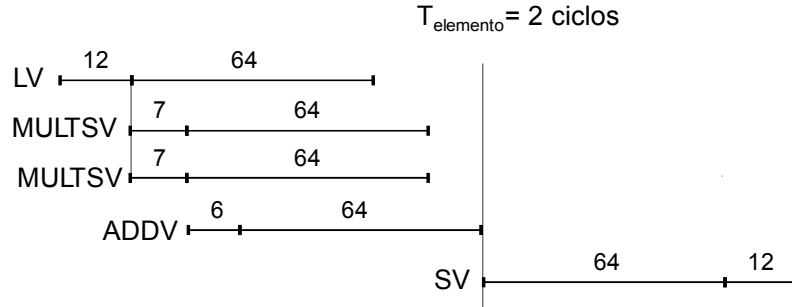
$$R_{\infty} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3 \cdot n}{69 + 2,9219 \cdot n} \right)$$

$$R_{\infty} = 1,0267 \text{ FLOP/ciclo}$$

Claramente se aprecia la mejora en el rendimiento del procesador gracias al encadenamiento de los resultados entre las unidades funcionales.

c) Ahora es posible encadenar los resultados de las unidades y se dispone de dos unidades de multiplicación:

Convoy 1:	LV	V1, R1	// Carga de A en V1
	MULTSV	V2, F0, V1	// B := x * A
	MULTSV	V3, F2, V1	// C := y * A
	ADDV	V4, V3, V2	// A := B + C
Convoy 2:	SV	R1, V4	// Almacenamiento de A



El *Telemento* ha pasado a ser de 2 ciclos dado que ahora se tienen dos convoyes. El *Tarranque* total se obtiene de sumar los tiempos de arranque visibles de las unidades funcionales. Si se analiza la figura se tiene

$$Tarranque = Tarranque \text{ LV} + Tarranque \text{ MULTV} + Tarranque \text{ ADDV} + Tarranque \text{ SV}$$

$$Tarranque = (12 + 7 + 6 + 12) \text{ ciclos} = 37 \text{ ciclos}$$

Con estos valores la expresión del tiempo total de ejecución queda

$$T_n = 10 + \left\lceil \frac{n}{64} \right\rceil \cdot (15 + 37) + 2 \cdot n$$

que para el caso particular de $n=1000$

$$T_{1000} = 10 + \left\lceil \frac{1000}{64} \right\rceil \cdot (15 + 37) + 2 \cdot 1000$$

$$T_{1000} = 10 + 16 \cdot (15 + 37) + 2 \cdot 1000$$

$$T_{1000} = 2842 \text{ ciclos}$$

$$R_{1000} = \frac{2 \cdot 1000}{T_{1000}} = \frac{2 \cdot 1000}{2842} = 0,7037 \text{ FLOP/ciclo}$$

En lo que respecta al rendimiento expresado en FLOP por ciclo

$$R_{\infty} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2 \cdot n}{T_n} \right)$$

$$R_{\infty} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2 \cdot n}{10 + \left\lceil \frac{n}{64} \right\rceil \cdot (15 + 37) + 2 \cdot n} \right)$$

$$R_{\infty} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2 \cdot n}{10 + \left(\frac{n}{64} + 1\right) \cdot (15 + 37) + 2 \cdot n} \right)$$

$$R_{\infty} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2 \cdot n}{62 + 2,8125 \cdot n} \right)$$

$$R_{\infty} = 0,7111 \text{ FLOP/ciclo}$$