3.9. Expresar en formato binario de coma flotante de 32 bits según el estándar IEEE754

a) $-1023 \cdot 10^{-24}$

Según la expresión del estándar: $N = (-1)^S \cdot 2^{E-127} \cdot (1,m)$

- Paso 1: **Signo** negativo $\Rightarrow$ el primer dígito en el formato IEEE754 será un **1**.

- Paso 2: **Mantisa**:
  1. Todo número se puede aproximar a una potencia de 2. (Se trabaja con el número sin signo a partir de aquí)
     Entonces:
     $$1023 \cdot 10^{-24} = 2^x$$
  2. Aplicando logaritmos a ambos lados de la igualdad:
     $$\log(1023 \cdot 10^{-24}) = \log(2^x)$$
  3. El logaritmo del producto es la suma de los logaritmos:
     $$\log(1023) + \log(10^{-24}) = \log(2^x)$$
  4. El logaritmo de un número elevado a un exponente es el exponente multiplicado por el logaritmo del número.
     $$\log(1023) + (-24) \cdot \log(10) = x \cdot \log(2)$$
  5. $\log(10) = 1$ y despejamos la x:
     $$x = \frac{\log(1023) - 24}{\log(2)} = \frac{3{,}0098 - 24}{0{,}30} = -69{,}72$$
  6. El valor obtenido para x se aproxima al número entero inmediatamente menor. En este caso, -69,72 se aproxima a -70, de donde tenemos que, para la igualdad del paso 1, se tiene que:
     $$1023 \cdot 10^{-24} = 2^{-69{,}72}$$
     Y aproximando: $1023 \cdot 10^{-24}$ z 2^{-70}
  7. Para que la aproximación vuelva a ser una igualdad, aplicamos un factor de corrección que va a ser nuestra mantisa
     $$1023 \cdot 10^{-24} = M \cdot 2^{-70}$$
     De donde c = 1,**20774522799391763402752**
  8. Este valor es la mantisa que estamos buscando (el 1 obtenido en la parte entera ya está normalizado y no se tiene en cuenta.), pero hay que

convertirla a binario. Utilizamos el método para convertir partes fraccionarias visto en el tema 2

0,207745 X 2 = 0,41549	0, 18272 x 2 = 0,36544
0,41549 x 2 = 0,83098	0, 36544 x 2 = 0,73088
0,80398 x 2 = 1,66196	0, 73088 x 2 = 1,46176
0,66196 x 2 = 1,32392	0, 46176 x 2 = 0,92352
0,32392 x 2 = 0,64784	
0,64784 x 2 = 1,29568	
0,29568 x 2 = 0,59136	
0,59136 x 2 = 1,18272	

(Seguimos hasta donde queramos en función de la precisión que busquemos)

9. Por lo tanto, la mantisa buscada es:

   m = 0011010

- Paso 3: **Exponente**:

  1. Según el paso 7: $1023 \cdot 10^{-24} = M \cdot 2^{-70}$, con M = (1,m), según acabamos de calcular.

     Según la expresión del estándar: $N = (-1)^S \cdot 2^{E-127} \cdot (1,m)$.

     De estas dos expresiones, se deduce que:

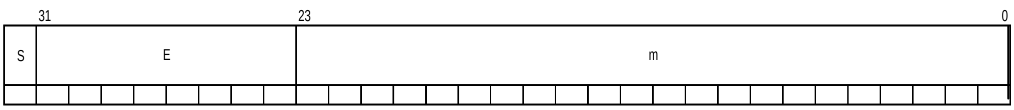
     $2^{e-127} = 2^{-70}$

     De donde e = 127 – 70 = 57

  2. Este exponente en binario:

     $57)_{10} = 111001)_2$

- Paso Final: **Escribirlo según el formato IEEE254 de 32 bits**



1 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

En **hexadecimal:**

1001	**1100**	**1001**	**1010**	**1001**	**0100**	**0000**	**0000**
9	C	9	A	9	6	0	0

b) $78{,}545 \cdot 10^{-16}$

Según la expresión del estándar: $N = (-1)^{S} \cdot 2^{E-127} \cdot (1{,}m)$

- Paso 1: **Signo** positivo $\Rightarrow$ el primer dígito en el formato IEEE754 será un **0**.

- Paso 2: **Mantisa**:
  1. Todo número se puede aproximar a una potencia de 2. (Se trabaja con el número sin signo a partir de aquí)
     Entonces:
     $$78{,}545 \cdot 10^{-16} = 2^{x}$$
  2. Aplicando logaritmos a ambos lados de la igualdad:
     $$\log(78{,}545 \cdot 10^{16}) = \log(2^{x})$$
  3. El logaritmo del producto es la suma de los logaritmos:
     $$\log(78{,}545) + \log(10^{-16}) = \log(2^{x})$$
  4. El logaritmo de un número elevado a un exponente es el exponente multiplicado por el logaritmo del número.
     $$\log(78.545) + (-16) \cdot \log(10) = x \cdot \log(2)$$
  5. log(10) = 1 y despejamos la x:
     $$x = \frac{\log(78{,}545) - 16}{\log(2)} = \frac{1{,}895118 - 16}{0{,}30} = -46{,}855$$
  6. El valor obtenido para x se aproxima al número entero inmediatamente menor. En este caso, -46,855 se aproxima a -47, de donde tenemos que, para la igualdad del paso 1, se tiene que:
     $$78{,}545 \cdot 10^{-16} = 2^{-46{,}855}$$
     Y aproximando: $78{,}545 \cdot 10^{-16}$ z 2^{-47}
  7. Para que la aproximación vuelva a ser una igualdad, aplicamos un factor de corrección que va a ser nuestra mantisa
     $$78{,}545 \cdot 10^{-16} = M \cdot 2^{-47}$$
     De donde M = 1,**105422602**
  8. Este valor es la mantisa que estamos buscando (el 1 obtenido en la parte entera ya está normalizado y no se tiene en cuenta.), pero hay que convertirla a binario. Utilizamos el método para convertir partes fraccionarias visto en el tema 2

0, **105422602** X 2 = 0,2108452
0, 2108452 x 2 = 0,42169041
0, 42169041 x 2 = 0,84338082
0, 84338082 x 2 = 1,68676164
0, 68676164 x 2 = 1,37352327
0, 37352327 x 2 = 0,74704655
0, 74704655 x 2 = 1,49409309
0, 49409309 x 2 = 0,98818619
0, 98818619 x 2 = 1,97637237
0, 97637237 x 2 = 1,95274474

(Seguimos hasta donde queramos en función de la precisión que busquemos)

Por lo tanto, la mantisa buscada es:

m = 0001101011

- Paso 3: **Exponente**:

9. Según el punto 7: $78{,}545 \cdot 10^{-16} = M \cdot 2^{-47}$, con M = (1,m), según acabamos de calcular.

   Según la expresión del estándar: $N = (-1)^S \cdot 2^{E-127} \cdot (1{,}m)$.

   De estas dos expresiones, se deduce que:

   $$2^{e-127} = 2^{-47}$$

   De donde e = 127 – 47 = 80

10. Este exponente en binario:

    $$80)_{10} = 1010000)_2$$

- Paso Final: **Escribirlo según el formato IEEE254 de 32 bits**

31 S	E	23 m 0

0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

En **hexadecimal:**

0010	**1000**	**0000**	**1101**	**0110**	**0000**	**0000**	**0000**
2	8	0	D	6	0	0	0

c) -123,25

Según la expresión del estándar: N = $(-1)^{S} \cdot 2^{E-127} \cdot (1,m)$

- Paso 1: **Signo** negativo $\Rightarrow$ el primer dígito en el formato IEEE754 será un **1**.

- Paso 2: **Mantisa**:
  En este caso, al ser un número decimal más sencillo, lo pasamos a binario directamente(la parte entera y la parte decimal)

```
123 |_2
  1   61 |_2
       1   30 |_2
            0   15 |_2
                 1   7 |_2
                     1   3 |_2
                         1   1
```

0,25 x 2 = 0,50
0,50 x 2 = 1

Luego $123,25)_2 = 1111011,01)_2$

Normalizamos la mantisa y obtenemos: $1,11101101 \cdot 2^{-6}$

- Paso 3: **Exponente**:

11. Según el paso 7: $1023 \cdot 10\text{-}^{24} = M \cdot 2\text{-}^{70}$, con M = (1,m), según acabamos de calcular.

    Según la expresión del estándar: N = $(-1)^{S} \cdot 2^{E-127} \cdot (1,m)$.

    De estas dos expresiones, se deduce que:

    $2^{e-127} = 2^{-6}$

    De donde e = 127 – 6 = 121

12. Este exponente en binario:

    $121)_{10} = 1111001)_2$

- Paso Final: **Escribirlo según el formato IEEE254 de 32 bits**

1 0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

En **hexadecimal:**

1011	**1100**	**1111**	**0110**	**1000**	**0000**	**0000**	**0000**
D	C	0F	6	8	0	0	0