1994. Febrero, primera semana.
2001. Febrero, primera semana (Gestión).

Simplifique la siguiente expresión utilizando los teoremas del álgebra de Boole: $\overline{(\overline{A}+B)\,\overline{C}+A+B+C+\overline{D}}\cdot\overline{C}\,\overline{B}$

Solución:

$$\overline{(\overline{A}+B)\cdot\overline{C}}\cdot\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D\cdot(C+B)=\left[\overline{(\overline{A}+B)\cdot\overline{C}}\right]\cdot\left[\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D\cdot B\right]=\left[\overline{(\overline{A}+B)\cdot\overline{C}}\right][0+0]=0$$

Se desea diseñar un circuito lógico que permita realizar la tabla de verdad mostrada (las x simbolizan indiferencias). Encuentre la función booleana más simple que lo caracteriza.

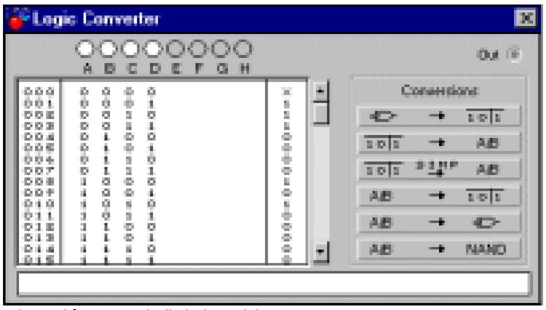
A	B	C	D	f(A, B, C, D)
0	0	0	0	X
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Solución :

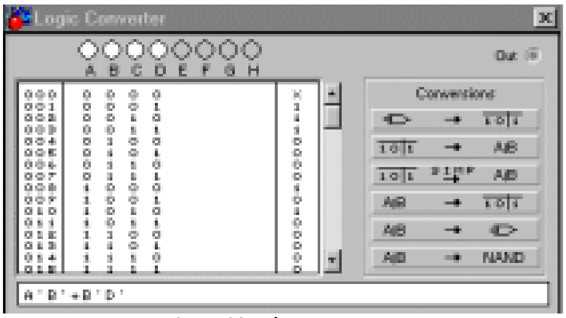
CD / A B	00	01	11	10
00	**x**	**1**	**1**	**1**
01				
11				
10	**1**			**1**

$$f(A,B,C,C,D)=\overline{A}\,\overline{B}+\overline{B}\,\overline{D}$$

Comprobación mediante computadora (programa Electronics WorkBench)

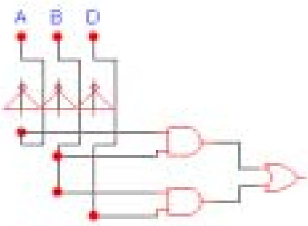


Situación tras definir la tabla.



Respuesta tras pulsar el botón SIMP

Como curiosidad, podemos ver el circuito con puertas AND, OR y NOT:



1994. Febrero. Segunda semana.

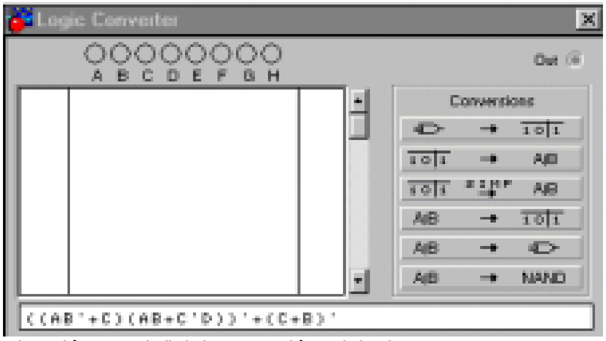
Simplifique la siguiente expresión utilizando los teoremas del álgebra de Boole: $\overline{(A\overline{B}+C)(AB+\overline{C}D)} + \overline{C+B}$

Solución:

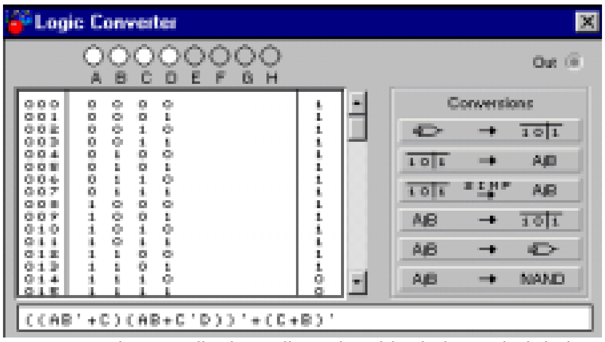
$$\overline{A\overline{B}+C}+\overline{(AB+\overline{C}D)}+\overline{C}\,\overline{B}=\overline{A\overline{B}}\cdot\overline{C}+\overline{AB}\;\overline{\overline{C}D}+\overline{C}\,\overline{B}=(\overline{A}+B)\overline{C}+(\overline{A}+\overline{B})(C+\overline{D})+\overline{C}\,\overline{B}=\overline{A}\,\overline{C}+B\overline{C}+\overline{A}C+\overline{A}\,\overline{D}+\overline{B}C+\overline{B}\,\overline{D}+\overline{C}\,\overline{B}=$$

$$=\overline{A}\,\overline{C}+B\overline{C}+\overline{A}C+\overline{A}\,\overline{D}+\overline{B}C+\overline{B}\,\overline{D}+\overline{C}\,\overline{B}+\overline{C}\,\overline{B}=\overline{A}(C+\overline{C})+\overline{B}(C+\overline{C})+\overline{C}(B+\overline{B})+\overline{A}\,\overline{D}+\overline{B}\,\overline{D}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+\overline{A}\,\overline{D}+\overline{B}\,\overline{D}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$$

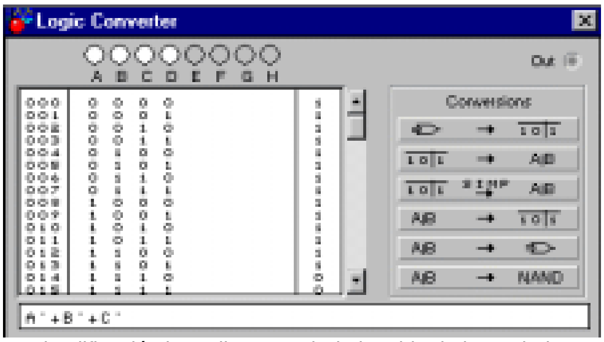
Comprobación mediante computadora



Situación tras definir la expresión original



Como paso intermedio, le pedimos la tabla de la verdad de la expresión original.



La simplificación la realiza a partir de la tabla de la verdad.

Se desea diseñar un circuito lógico que permita realizar la tabla de verdad mostrada. Encuentre la función booleana más simple que lo caracteriza.

A	B	C	D	f(A, B, C, D)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Solución :

CD / A B	00	01	11	10
00	**1**			**1**
01				
11			**1**	**1**
10	**1**			**1**

$f(A, B, C, C, D) = \overline{B}\,\overline{D} + A\,B\,C$

1994. Septiembre.

Simplifique la siguiente expresión utilizando los teoremas del álgebra de Boole:

$A \cdot (A + B + C) \cdot (\overline{A} + B + C) \cdot (A + \overline{B} + C) \cdot (A + B + \overline{C})$

Solución:

$(A + B + C) \cdot A \cdot (\overline{A} + B + C) \cdot (A + \overline{B} + C) \cdot (A + B + \overline{C}) = (A + B + C)(A\,B + A\,C)(A + \overline{B} + C)(A + B + \overline{C}) =$

$= (AB + AB + ABC + AC + ABC + AC)(A + \overline{B} + C)(A + B + \overline{C}) = (AB + ABC + AC)(A + AB + A\overline{C} + \overline{B}A + 0 + \overline{B}\,\overline{C} + AC + BC + 0) =$

$= (AB + AC)(A + \overline{B}\,\overline{C} + B\,C) = AB + A\,B\,\overline{B}\,\overline{C} + A\,B\,B\,C + AC + A\,C\,\overline{B}\,\overline{C} + ABC = AB + AC + ABC = AB + AC = A(B + C)$

Simplifique al máximo la siguiente función expresada en los minterms de las variables A, B, C y D (el orden de mayor a menor significativo es este mismo):

$f = m_0 + m_1 + m_3 + m_5 + m_7 + m_8 + m_9 + m_{11} + m_{13} + m_{15}$

Solución:

CD / A B	00	01	11	10
00	**1**	**1**	**1**	
01		**1**	**1**	
11		**1**	**1**	
10	**1**	**1**	**1**	

$f = \overline{B}\,\overline{C} + D$

1995. Febrero. Primera semana; y examen modelo de Sistemas.

Simplifique la siguiente expresión utilizando el método que crea más conveniente:

$\overline{A}\,\overline{C} + \overline{A}\,B\,(\overline{C}\,\overline{D} + C + D) + A\,\overline{B}\,C\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,C\,\overline{D} + A\,B\,C\,\overline{D}$

Solución:

$\overline{A}\,\overline{C} = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,B\,\overline{C} = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,D$

$\overline{A}\,B(\overline{C}\,\overline{D} + C + D) = \overline{A}\,B\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,C + \overline{A}\,B\,D = \overline{A}\,B\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,C\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,C\,D + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,B\,C\,D$

$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,C\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,C\,D + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,B\,C\,D + A\,\overline{B}\,C\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,C\,\overline{D} + A\,B\,C\,\overline{D}$

Estoy dando pasos hacia atrás, pues la expresión actual es más compleja que la inicial. Pero lo que voy buscando en primer lugar es llegar a un punto en el cual pueda aplicar algún método sistemático de simplificación (el basado en los diagramas de Karnaugh, en este caso).

CD / A B	00	01	11	10
00	**1**	**1**		
01	**1**	**1**	**1**	**1**
11				**1**
10				**1**

$f = \overline{A}\,B + \overline{A}\,\overline{C} + A\,C\,\overline{D} = \overline{A}\,(B + C) + A\,C\,\overline{D}$

1995. Febrero. Segunda semana.

Simplifique la siguiente expresión utilizando el método que crea más conveniente: $\overline{B}(\overline{A}C + \overline{C}\,\overline{D}) + \overline{A}(BD + \overline{B}\,\overline{C}) + B\overline{C}\,\overline{D}$

Solución:

$\overline{B}\,\overline{A}C + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}BD + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + B\overline{C}\,\overline{D} = \overline{A}\,\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}CD + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}BCD + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}\,\overline{D} + AB\overline{C}\,\overline{D}$

CD / AB	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	
11	1			
10	1			

$\boxed{f = \overline{A}(\overline{B} + D) + \overline{C}\,\overline{D}}$

1995. Septiembre.

Sea un sistema de representación numérica en binario sin signo de cuatro bits $b_3b_2b_1b_0$ (dados de mayor a menor peso). Construya una función lógica que valga '1' cuando un número dado en dicho código sea 0 o múltiplo de 4; y que valga '0' en caso contrario.

Solución :

Número	b_3	b_2	b_1	b_0	f(b_3, b_2, b_1, b_0)
00	0	0	0	0	1
01	0	0	0	1	0
02	0	0	1	0	0
03	0	0	1	1	0
04	0	1	0	0	1
05	0	1	0	1	0
06	0	1	1	0	0
07	0	1	1	1	0
08	1	0	0	0	1
09	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

$b_1 b_0$ / b_3, b_2	00	01	11	10
00	**1**			
01	**1**			
11	**1**			
10	**1**			

$f = \overline{b_1}\,\overline{b_0}$

1997. Febrero. Primera semana.
2001. Febrero. Segunda semana (gestión).

Dada la siguiente función lógica de cuatro variables: $f = \overline{\overline{A+B}\cdot C + \overline{A} + \overline{B}\cdot D + \overline{C}\cdot\overline{D}}$

a) Obtenga su tabla de la verdad, dando valores a cada una de las variables, sin necesidad de simplificar previamente.

b) A partir de la tabla de la verdad, obtenga la expresión en maxterms de la función; y simplifíquela mediante el método de Karnaugh.

Solución:

a)

A	B	C	D	$\overline{A+B}$	$\overline{A+B}\cdot C$	$\overline{A}$	$\overline{B}D$	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{f}$	f
0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0
0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0
0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1

b)

AB \ CD	00	01	11	10
00			0	
01	0		0	0
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

$(C+D)$

$(B+\overline{D})$

A

$f = A\cdot(C+D)\cdot(B+\overline{D})$

1997. Septiembre (reserva), Sistemas.

Sea un computador con un juego de quince instrucciones, cuyos códigos de operación se reseñan en la tabla. Se asegura que en un programa es imposible que aparezca una instrucción con un código de operación no válido.

a) Encuentre la tabla de la verdad de una función lógica que valga ‘1’ si la instrucción en el registro de instrucción es aritmética, lógica, de comparación o de desplazamiento; y devuelva ‘0’ en caso contrario.
b) Obtenga la expresión más simplificada posible de la función usando el método de Karnaugh por maxterms.

nemotécnico	Código de operación			
move	0	0	0	0
branch	0	0	0	1
halt	0	0	1	0
shift	0	0	1	1
add	0	1	0	0
sub	0	1	0	1
mult	0	1	1	0
div	0	1	1	1
nop	1	0	0	0
in	1	0	0	1
out	1	0	1	0
cmp	1	0	1	1
and	1	1	0	0
or	1	1	0	1
not	1	1	1	0

Solución:

a)

nemotécnico	Tipo	Código de operación A	B	C	D	f
move	Transferencia	0	0	0	0	0
branch	Salto	0	0	0	1	0
halt	Miscelánea	0	0	1	0	0
shift	Desplazamiento	0	0	1	1	1
add	Aritmética	0	1	0	0	1
sub	Aritmética	0	1	0	1	1
mult	Aritmética	0	1	1	0	1
div	Aritmética	0	1	1	1	1
nop	Miscelánea	1	0	0	0	0
in	E-S	1	0	0	1	0
out	E-S	1	0	1	0	0
cmp	Comparación	1	0	1	1	1
and	Lógica	1	1	0	0	1
or	Lógica	1	1	0	1	1
not	Lógica	1	1	1	0	1
		1	1	1	1	-

$$f = (A+B+C+D)\cdot(A+B+C+\overline{D})\cdot(A+B+\overline{C}+D)\cdot(\overline{A}+B+C+D)\cdot(\overline{A}+B+C+\overline{D})\cdot(\overline{A}+B+\overline{C}+D)$$

b)

(B + D)

(B + C)

CD / AB	00	01	11	10
00	-			
01		0	0	0
11		0	0	0
10				

$$f = (B+D)\cdot(B+C) = B + C\cdot D$$

1998. Febrero. Primera semana. Sistemas.

Construir la función lógica $f(b_3, b_2, b_1, b_0)$ más simple que valga 1 cuando la entrada sea el código Aiken correspondiente a una cifra decimal prima.

Solución:

b_3	b_2	b_1	b_0	Valor Aiken	f
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	2	1
0	0	1	1	3	1
0	1	0	0	4	0
0	1	0	1	-	-
0	1	1	0	-	-
0	1	1	1	-	-
1	0	0	0	-	-
1	0	0	1	-	-
1	0	1	0	-	-
1	0	1	1	5	1
1	1	0	0	6	0
1	1	0	1	7	1
1	1	1	0	8	0
1	1	1	1	9	0

b_1 b_0 / b_3 b_2	00	01	11	10
00		1	1	1
01		-	-	-
11		1		
10	-	-	1	-

$\boxed{\overline{b_1}\cdot b_0}$ $\boxed{\overline{b_2}\cdot b_1}$

1998. Febrero. Segunda semana. Sistemas.

Simplifique la siguiente expresión, usando el método que crea más conveniente:

$\overline{A}\cdot B\cdot \overline{C}+\overline{A}\cdot B\cdot \overline{C}\cdot D+A\cdot \overline{C}\cdot D+\overline{A+C}+A\cdot \overline{B}\cdot \overline{C}\cdot D$

Solución:

Por Morgan:

$\overline{A}\cdot B\cdot \overline{C}+\overline{A}\cdot B\cdot \overline{C}\cdot D+A\cdot \overline{C}\cdot D+\overline{A}\cdot \overline{C}+A\cdot \overline{B}\cdot \overline{C}\cdot D$

Desdoblando en minterms:

$\overline{A}\cdot B\cdot \overline{C}=\overline{A}\cdot B\cdot \overline{C}\cdot \overline{D}+\overline{A}\cdot B\cdot \overline{C}\cdot D$

$A\cdot \overline{C}\cdot D=A\cdot \overline{B}\cdot \overline{C}\cdot D+A\cdot B\cdot \overline{C}\cdot D$

$\overline{A}\cdot \overline{C}=\overline{A}\cdot \overline{B}\cdot \overline{C}+\overline{A}\cdot B\cdot \overline{C}=\overline{A}\cdot \overline{B}\cdot \overline{C}\cdot \overline{D}+\overline{A}\cdot \overline{B}\cdot \overline{C}\cdot D+\overline{A}\cdot B\cdot \overline{C}\cdot \overline{D}+\overline{A}\cdot B\cdot \overline{C}\cdot D$

Eliminando términos repetidos:

$f=\overline{A}\cdot B\cdot \overline{C}\cdot \overline{D}+\overline{A}\cdot B\cdot \overline{C}\cdot D+A\cdot B\cdot \overline{C}\cdot D+A\cdot \overline{B}\cdot \overline{C}\cdot D+\overline{A}\cdot \overline{B}\cdot \overline{C}\cdot \overline{D}+\overline{A}\cdot \overline{B}\cdot \overline{C}\cdot D$

C D / A B	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	1		
11		1		
10		1		

$\boxed{\overline{A}\cdot\overline{C}}$ $\boxed{\overline{C}\cdot D}$

1998. Septiembre, original (sistemas).

✎ Encuentre las expresiones canónicas de la función $f(A,B,C,D) = A\cdot\overline{B} + C$.

Solución:

Desdoblando en minterms:

$A\cdot\overline{B} = A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C} + A\cdot\overline{B}\cdot C = A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D} + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D + A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot\overline{D} + A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D$

$C = \overline{A}\cdot C + A\cdot C$

$\overline{A}\cdot C = \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C + \overline{A}\cdot B\cdot C = \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot\overline{D} + \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D + \overline{A}\cdot B\cdot C\cdot\overline{D} + \overline{A}\cdot B\cdot C\cdot D$

$A\cdot C = A\cdot\overline{B}\cdot C + A\cdot B\cdot C = A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot\overline{D} + A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D + A\cdot B\cdot C\cdot\overline{D} + A\cdot B\cdot C\cdot D$

Eliminando términos repetidos:

$f = \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot\overline{D} + \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D + \overline{A}\cdot B\cdot C\cdot\overline{D} + \overline{A}\cdot B\cdot C\cdot D + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D} +$

$A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D + A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot\overline{D} + A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D + A\cdot B\cdot C\cdot\overline{D} + A\cdot B\cdot C\cdot D$

$f = m_2 + m_3 + m_6 + m_7 + m_8 + m_9 + m_{10} + m_{11} + m_{14} + m_{15}$

Para pasar a la expresión en maxterms, llevamos acabo estos dos pasos:

1.- Encontrar los minterms ausentes:	m_0 +	m_1 +	m_4 +	m_5 +	m_{12} +	m_{13}
2.- Complementar a 15 los subíndices:	15	14	11	10	3	2

$f = M_2 \cdot M_3 \cdot M_{10} \cdot M_{11} \cdot M_{14} \cdot M_{15}$

1999. Febrero. Segunda semana.

✎ Encuentre cuál de las cuatro funciones lógicas de tres variables f(A, B, C) dadas a continuación representa una función lógica diferente de las otras tres.

a) $m_1 + m_3 + m_4$

b) $\overline{(A+\overline{C})\cdot(\overline{A}+B+C)}$

c) $\overline{A\cdot(B+C)+\overline{A}\cdot\overline{C}}$

d) $\overline{A}\cdot C + \overline{B}\cdot\overline{C}$

Solución:

Las transformaremos a suma de productos, para poder compararlas:

a) $m_1 + m_3 + m_4$

b) $\overline{(A+\overline{C})\cdot(\overline{A}+B+C)} = \overline{A+\overline{C}} + \overline{\overline{A}+B+C} = \overline{A}\cdot C + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C} = \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C + \overline{A}\cdot B\cdot C + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C} = m_1 + m_3 + m_4$

$\overline{A\cdot(B+C)+\overline{A}\cdot\overline{C}} = \overline{A\cdot(B+C)}\cdot\overline{\overline{A}\cdot\overline{C}} = (\overline{A}+\overline{(B+C)})\cdot(A+C) = (\overline{A}+\overline{B}\cdot\overline{C})\cdot(A+C) = \overline{A}\cdot A + \overline{A}\cdot C + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C} + C\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$

b) $\overline{A}\cdot C + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C} =$

$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C + \overline{A}\cdot B\cdot C + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C} = m_1 + m_3 + m_4$

c) $\overline{A}\cdot C + \overline{B}\cdot\overline{C} = \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C + \overline{A}\cdot B\cdot C + \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C} + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C} = m_0 + m_1 + m_3 + m_4$ Esta es la diferente.

1999. Septiembre, Sistemas.

✎ Simplifique la siguiente expresión utilizando los teoremas del álgebra de Boole:
$(A\cdot B+A\cdot C\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B+A\cdot B\cdot C\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{B})(A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{C}+C)$

Solución:

Suprimiendo los productos de una variable por su negación: $(A\cdot B+\overline{A}\cdot B+A\cdot\overline{B})(A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{C}+C)$

Aplicando la propiedad distributiva (sacando factor común): $\left[A\cdot(B+\overline{B})+\overline{A}\cdot B\right]\left[(A+\overline{A})\cdot\overline{C}+\overline{A}\overline{C}+C\right]$

Cualquier variable más su negada produce un 1:
$\left[A\cdot(1)+\overline{A}\cdot B\right]\left[(1)\cdot\overline{C}+\overline{A}\overline{C}+C\right]=\left[A+\overline{A}\cdot B\right]\left[\overline{C}+\overline{A}\overline{C}+C\right]=(A+\overline{A}\cdot B)(1+\overline{A}\overline{C})=(A+\overline{A}\cdot B)(1)=A+\overline{A}\cdot B$

1999. Septiembre, original (gestión).

✎ Simplifique la siguiente expresión utilizando los teoremas del álgebra de Boole:
$\overline{(\overline{A\cdot B\cdot\overline{C}}+\overline{B}+C)\cdot(\overline{A\cdot C}+B)+\overline{A}}$

Solución:

$$\overline{(\overline{A\cdot B\cdot\overline{C}}+\overline{B}+C)\cdot(\overline{A\cdot C}+B)+\overline{A}}=\overline{(\overline{A\cdot B\cdot\overline{C}}+\overline{B}+C)\cdot(\overline{A\cdot C}+B)}\cdot\overline{\overline{A}}=((\overline{\overline{A\cdot B\cdot\overline{C}}+\overline{B}+C})+(\overline{\overline{A\cdot C}+B}))\cdot A=$$
$$((\overline{\overline{A\cdot B\cdot\overline{C}}}\cdot\overline{\overline{B}}\cdot\overline{C})+\overline{\overline{A\cdot C}}\cdot\overline{B})\cdot A=(A\cdot B\cdot\overline{C}\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot C\cdot\overline{B})\cdot A=A\cdot A\cdot B\cdot\overline{C}\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot A\cdot C\cdot\overline{B}=A\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot C$$

2000. Febrero, primera semana (sistemas).

✎ Simplifique la siguiente expresión utilizando los teoremas del álgebra de Boole: $\overline{(A+C+D)\cdot(B+C+\overline{D})\cdot(A\cdot\overline{B}+C+\overline{D})}$

Solución:

$$\overline{A}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D+\overline{(A\cdot\overline{B})}\cdot\overline{C}\cdot D=\overline{A}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D+(\overline{A}+B)\cdot\overline{C}\cdot D=\overline{A}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D+\overline{A}\cdot\overline{C}\cdot D+B\cdot\overline{C}\cdot D$$

Por una parte $\overline{A}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+\overline{A}\cdot\overline{C}\cdot D=\overline{A}\cdot\overline{C}$

Por otra parte $\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D+B\cdot\overline{C}\cdot D=\overline{C}\cdot D$

Así pues: $\overline{(A+C+D)\cdot(B+C+\overline{D})\cdot(A\cdot\overline{B}+C+\overline{D})}=\overline{A}\cdot\overline{C}+\overline{C}\cdot D=\overline{C}\cdot(\overline{A}+D)$

2000. Febrero, primera semana (gestión).

✎ Obtenga la expresión en minterms de la función $f(A, B, C, D) = M_1\cdot M_2\cdot M_4\cdot M_5\cdot M_7\cdot M_9\cdot M_{10}\cdot M_{11}\cdot M_{13}\cdot M_{15}$

Solución :

Para pasar a la expresión en minterms, llevamos acabo estos dos pasos:

1.- Encontrar los maxterms ausentes:	$M_0\cdot$	$M_3\cdot$	$M_4\cdot$	$M_6\cdot$	$M_7\cdot$	$M_8\cdot$	$M_{10}\cdot$	$M_{11}\cdot$	M_{14}
2.- Complementar a 15 los subíndices:	15	12	11	9	8	7	5	4	1

$f = m_1 + m_4 + m_5 + m_7 + m_8 + m_9 + m_{11} + m_{12} + m_{15}$

2000. Febrero, segunda semana (sistemas).

Se desea diseñar un circuito lógico que permita realizar la tabla de la verdad mostrada a la derecha (donde '-' significa que la función *f* puede tomar cualquier valor). Encuentre la función booleana que permite hacerlo.

A	B	C	D	f(A, B, C, D)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	-
0	1	1	0	-
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	-
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	-	1	-
11				
10		-		

$\overline{A}\cdot\overline{C}$

$\overline{A}\cdot B$

$$f(A,\ B,\ C, D) = \overline{A}\cdot B + \overline{A}\cdot\overline{C}$$

2000. Febrero, segunda semana (gestión).

Obtenga la expresión en maxterms de la función $f(A, B, C, D) = m_0 + m_3 + m_7 + m_9 + m_{12} + m_{15}$.

Solución :

Para pasar a la expresión en maxterms, llevamos acabo estos dos pasos:

1.- Encontrar los minterms ausentes:	m_1 +	m_2 +	m_4 +	m_5 +	m_6 +	m_8 +	m_{10} +	m_{11} +	m_{13} +	m_{14}
2.- Complementar a 15 los subíndices:	15	13	11	10	9	7	5	4	2	1

$f = M_1 \cdot M_2 \cdot M_4 \cdot M_5 \cdot M_7 \cdot M_9 \cdot M_{10} \cdot M_{11} \cdot M_{13} \cdot M_{15}$

2000. Septiembre, original (sistemas).

Minimice la función lógica $f(A,B,C,D)=m_0 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6$.

Solución :

A	B	C	D	f(A, B, C, D)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1		1
11				
10				

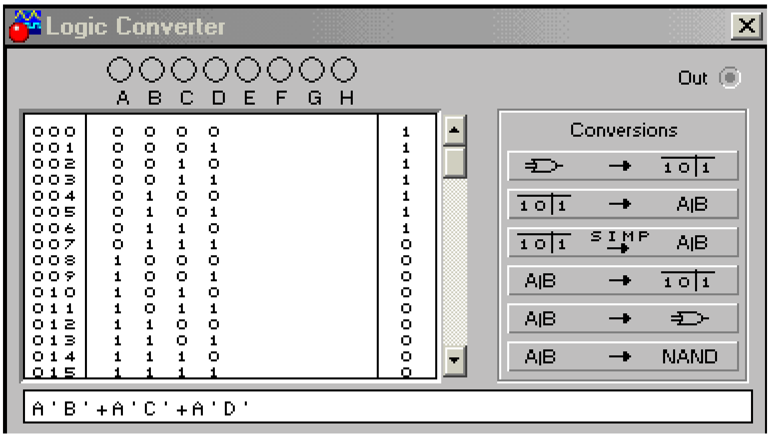
$\overline{A}\cdot\overline{D}$

$\overline{A}\cdot\overline{C}$

$\overline{A}\cdot\overline{B}$

$$f(A,\ B, C, D) = \overline{A}\cdot\overline{B} + \overline{A}\cdot\overline{C} + \overline{A}\cdot\overline{D} = \overline{A}\cdot(\overline{B} + \overline{C} + \overline{D})$$

La comprobación la hacemos con Electronics Workbench:



2000. Septiembre, original (Gestión).

Escriba la función $f(A,B,C)=\overline{A}\cdot B+C$ como suma de minitérminos (minterms).

Solución:

$$f(A,\ B,\ C)=\overline{\overline{A+B}\cdot(B+C)}=\overline{\overline{A+B}}+\overline{B+C}=(A+B)+(\overline{B}\cdot\overline{C})=A+B+\overline{B}\cdot\overline{C}$$

Por una parte:

$$\overline{A}\cdot B=\overline{A}\cdot B\cdot(\overline{C}+C)=\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B\cdot C=m_2+m_3$$

Por otra parte:

$$C=(\overline{A}+A)\cdot(\overline{B}+B)\cdot C=(\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B+A\cdot\overline{B}+A\cdot B)\cdot C=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{A}\cdot B\cdot C+A\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot B\cdot C=m_1+m_3+m_5+m_7$$

Por tanto: $f=m_1+m_2+m_3+m_5+m_7=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B\cdot C+A\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot B\cdot C$

2000. Septiembre, original (Gestión).
2001. Febrero, primera semana (Gestión).

¿Cuánto vale la función lógica $f(A,B,C,D)=m_0+m_5+m_8+m_{15}$ cuando A=B=C=D=1?.

Solución:

Como m_{15}=A·B·C·D, f(1, 1, 1, 1)= $m_0+m_5+m_8+m_{15}$ = 0 + 0 + 0 + 1 = 1

2001. Febrero, primera semana (Gestión).

Escriba la función $f(A,B,C)=\overline{\overline{A+B}\cdot B+C}$ como suma de minitérminos (minterms).

Solución:

$$f(A,\ B,\ C)=\overline{\overline{A+B}\cdot(B+C)}=\overline{\overline{A+B}}+\overline{B+C}=(A+B)+(\overline{B}\cdot\overline{C})=A+B+\overline{B}\cdot\overline{C}$$

Por una parte:

$$A=A\cdot(\overline{B}+B)\cdot(\overline{C}+C)=A\cdot(\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{B}\cdot C+B\cdot\overline{C}+B\cdot C)=A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot B\cdot C=m_4+m_5+m_6+m_7$$

Por otra parte:

$$B=B\cdot(\overline{A}+A)\cdot(\overline{C}+C)=B\cdot(\overline{A}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot C+A\cdot\overline{C}+A\cdot C)=B\cdot\overline{A}\cdot\overline{C}+B\cdot\overline{A}\cdot C+B\cdot A\cdot\overline{C}+B\cdot A\cdot C=\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B\cdot C+A\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot B\cdot C=$$
$$m_2+m_3+m_6+m_7$$

Por otra parte:

$$\overline{B}\cdot\overline{C}=(\overline{A}+A)\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}=m_0+m_4$$

Por tanto: $f = m_0 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7$

2001. Febrero, primera semana (sistemas).

Simplifique la función lógica $f(A,B,C,D)= M_0 \cdot M_2 \cdot M_4 \cdot M_5 \cdot M_6 \cdot M_7 \cdot M_8 \cdot M_{10} \cdot M_{12} \cdot M_{13} \cdot M_{14} \cdot M_{15}$:

Solución:

$$f(A,B,C,D) = (\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D})\cdot(\overline{A}+\overline{B}+C+\overline{D})\cdot(\overline{A}+B+\overline{C}+\overline{D})\cdot(\overline{A}+B+\overline{C}+D)\cdot(\overline{A}+B+C+\overline{D})\cdot(\overline{A}+B+C+D)\cdot$$
$$(A+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D})\cdot(A+\overline{B}+C+\overline{D})\cdot(A+B+\overline{C}+\overline{D})\cdot(A+B+\overline{C}+D)\cdot(A+B+C+\overline{D})\cdot(A+B+C+D)$$

A	B	C	D	f(A, B, C, D)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

AB \ CD	$\overline{C}+\overline{D}$	$\overline{C}+D$	$C+D$	$C+\overline{D}$
$\overline{A}+\overline{B}$	0			0
$\overline{A}+B$	0	0	0	0
$A+B$	0	0	0	0
$A+\overline{B}$	0			0

$\boxed{B}$ $\boxed{\overline{D}}$

$$f(A, B,C,D) = B+\overline{D}$$

2001. Febrero, segunda semana (sistemas).

Sea la función lógica de tres variables $f(A,B,C)= \overline{\overline{A}\cdot B + C\cdot A\cdot\overline{B}} + \overline{B}\cdot C$. Encuentre una forma canónica.

Solución:

$$\overline{\overline{A}\cdot B + C\cdot A\cdot\overline{B}} + \overline{B}\cdot C = \overline{\overline{A}\cdot B}\cdot\overline{C\cdot A\cdot\overline{B}} + \overline{B}\cdot C = (A+\overline{B})\cdot(\overline{C}+\overline{A}+B) + \overline{B}\cdot C = (A+\overline{B}+\overline{B}\cdot C)\cdot(\overline{C}+\overline{A}+B+\overline{B}\cdot C) =$$
$$\left[(A+\overline{B}+\overline{B})\cdot(A+\overline{B}+C)\right]\cdot\left[(\overline{C}+\overline{A}+B+\overline{B})\cdot((\overline{C}+\overline{A}+B+C)\right] = \left[(A+\overline{B}+\overline{B})\cdot(A+\overline{B}+C)\right]\cdot\left[1\cdot 1\right] = (A+\overline{B})\cdot(A+\overline{B}+C) =$$
$$(A+\overline{B}+0)\cdot(A+\overline{B}+C) = (A+\overline{B}+\overline{C}\cdot C)\cdot(A+\overline{B}+C) = (A+\overline{B}+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+C)\cdot(A+\overline{B}+C) = (A+\overline{B}+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+C) = M_4 \cdot M_5$$

2001. Febrero, segunda semana (Gestión).

Dada la función $\left(\overline{A}+\overline{C}+\overline{D}\right)\cdot\left(\overline{A}+\overline{B}+D\right)\cdot\left(A+\overline{B}+\overline{C}\right)\cdot\left(A+B+\overline{C}\right)$

Solución:

$$\left(\overline{A}+\overline{C}+\overline{D}\right) = \left(\overline{A}+\overline{C}+\overline{D}\right)+\left(\overline{B}\cdot B\right) = \left(\overline{A}+\overline{C}+\overline{D}+\overline{B}\right)\cdot\left(\overline{A}+\overline{C}+\overline{D}+B\right) = \left(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D}\right)\cdot\left(\overline{A}+B+\overline{C}+\overline{D}\right)$$
$$\left(\overline{A}+\overline{B}+D\right) = \left(\overline{A}+\overline{B}+D\right)+\left(\overline{C}\cdot C\right) = \left(\overline{A}+\overline{B}+D+\overline{C}\right)\cdot\left(\overline{A}+\overline{B}+D+C\right) = \left(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+D\right)\cdot\left(\overline{A}+\overline{B}+C+D\right)$$
$$\left(A+\overline{B}+\overline{C}\right) = \left(A+\overline{B}+\overline{C}\right)+\left(\overline{D}\cdot D\right) = \left(A+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D}\right)\cdot\left(A+\overline{B}+\overline{C}+D\right)$$
$$\left(A+B+\overline{C}\right) = \left(A+B+\overline{C}\right)+\left(\overline{D}\cdot D\right) = \left(A+B+\overline{C}+\overline{D}\right)\cdot\left(A+B+\overline{C}+D\right)$$

Por tanto:

$$\left(\overline{A}+\overline{C}+\overline{D}\right)\cdot\left(\overline{A}+\overline{B}+D\right)\cdot\left(A+\overline{B}+\overline{C}\right)\cdot\left(A+B+\overline{C}\right) =$$
$$\left(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D}\right)\cdot\left(\overline{A}+B+\overline{C}+\overline{D}\right)\cdot\left(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+D\right)\cdot\left(\overline{A}+\overline{B}+C+D\right)\cdot\left(A+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D}\right)\cdot\left(A+\overline{B}+\overline{C}+D\right)\cdot\left(A+B+\overline{C}+\overline{D}\right)\cdot\left(A+B+\overline{C}+D\right) =$$
$$M_0 \cdot M_4 \cdot M_1 \cdot M_3 \cdot M_8 \cdot M_9 \cdot M_{12} \cdot M_{13} = M_0 \cdot M_1 \cdot M_3 \cdot M_4 \cdot M_8 \cdot M_9 \cdot M_{12} \cdot M_{13}$$

2001. Septiembre, original (sistemas).

Sea la función lógica de tres variables $f(A,B,C)= \left(\overline{A}\cdot B + C\cdot A\cdot\overline{B}\right)\cdot\left(B+\overline{C}\right)$. Encuentre una forma canónica.

Solución:

$$\overline{A}\cdot B\cdot B+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+C\cdot A\cdot\overline{B}\cdot B+C\cdot A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}=\overline{A}\cdot B+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+0+0=\overline{A}\cdot B\cdot(\overline{C}+C)+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}=\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B\cdot C+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}=$$
$$\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B\cdot C=m_2+m_3$$

2002. Febrero, primera semana (sistemas).

✎ Hallar la 2ª forma canónica de la siguiente función f(A,B): $f(A,\ B)=\overline{\overline{A}+A\cdot\overline{B}}$

Solución:

$$f(A,\ B)=\overline{\overline{A}+A\cdot\overline{B}}=\overline{\overline{A}}\cdot\overline{A\cdot\overline{B}}=A\cdot(\overline{A}+B)=(A+0)\cdot(\overline{A}+B)=(A+\overline{B}\cdot B)\cdot(\overline{A}+B)=(A+\overline{B})\cdot(A+B)\cdot(\overline{A}+B)=M_2\cdot M_3\cdot M_1$$

2002. Febrero, primera semana (gestión).

✎ Obtener la expresión en minterms de la función: $f(A, B, C, D) = M_1 \cdot M_2 \cdot M_5 \cdot M_9 \cdot M_{12} \cdot M_{13}$

Solución:

Para pasar a la expresión en minterms, llevamos acabo estos dos pasos:

1.- Encontrar los maxterms ausentes:	M_0 ·	M_3 ·	M_4 ·	M_6 ·	M_7 ·	M_8 ·	M_{10} ·	M_{11} ·	M_{14} ·	M_{15}
2.- Complementar a 15 los subíndices:	15	12	11	9	8	7	5	4	1	0

$f = m_0 + m_1 + m_4 + m_5 + m_7 + m_8 + m_9 + m_{11} + m_{12} + m_{15}$

✎ Simplifique la siguiente expresión utilizando las leyes de Morgan y los teoremas del álgebra de Boole: $\overline{(A+\overline{B})\cdot\overline{(\overline{B}+C)}\cdot(\overline{C}+D)}$

a) A + B´+C.
b) AB + B´.
c) B´+C.
d) A´+B´+C.

Solución:

$$\overline{(A+\overline{B})\cdot\overline{(\overline{B}+C)}\cdot(\overline{C}+D)}=\overline{(A+\overline{B})}+\overline{\overline{(\overline{B}+C)}}+\overline{(\overline{C}+D)}=\overline{(A+\overline{B})}+(\overline{B}+C)+\overline{(\overline{C}+D)}=(\overline{A}\cdot\overline{\overline{B}})+(\overline{B}+C)+(\overline{\overline{C}}+\overline{D})=(\overline{A}\cdot B)+(\overline{B}+C)+(C\cdot\overline{D})=$$
$$(\overline{A}\cdot B)+\overline{B}+C+C\cdot\overline{D}=(\overline{A}\cdot B)+(\overline{B}+C)=(\overline{A}+\overline{B}+C)\cdot(B+\overline{B}+C)=(\overline{A}+\overline{B}+C)\cdot(1)=\overline{A}+\overline{B}+C$$

2002. Febrero, segunda semana (sistemas).

✎ Simplifique la siguiente función f(A, B, C): $f(A,\ B,C)=\overline{(A+A\cdot\overline{B})\,(B+A\cdot C\cdot(B+A\cdot C)+\overline{B}}$

Solución:

$$f(A,\ B,C)=\overline{(A+A\cdot\overline{B})}+\overline{(B+A\cdot C\cdot(B+A\cdot C)+\overline{B}}=\overline{(A+A\cdot\overline{B})}+\overline{(B+\overline{B}+A\cdot C\cdot(B+A\cdot C)}=\overline{(A+A\cdot\overline{B})}+\overline{(1+A\cdot C\cdot(B+A\cdot C)}=\overline{(A+A\cdot\overline{B})}+\overline{1}=$$
$$\overline{(A+A\cdot\overline{B})}+0=\overline{(A+A\cdot\overline{B})}=\overline{A}\cdot\overline{(A\cdot\overline{B})}=\overline{A}\cdot(\overline{A}+B)=\overline{A}\cdot\overline{A}+\overline{A}\cdot B=\overline{A}+\overline{A}\cdot B=\overline{A}\cdot 1+\overline{A}\cdot B=\overline{A}\cdot(1+B)=\overline{A}\cdot(1)=\overline{A}$$