

Justificación de la estructura de los diagramas de Karnaugh

La distribución de los términos mínimo en los mapas o diagramas de Karnaugh no es arbitraria y tampoco hay que aprenderla de memoria. En esta asignatura todo tiene su explicación "lógica", todo tiene que encajar y se explica de forma razonada. Por lo tanto, ni tiene sentido ni es recomendable aprenderse las cosas de memoria.

Recuerde que estos mapas se basan en el Teorema de la Adyacencia en el que, cuando tenemos dos términos mínimos que sólo se diferencian en el valor que toma un bit, podemos sacar factor común el producto de todos los demás y queda multiplicado por la suma del bit que es diferente y de su negado. Como esta suma es la unidad, el resultado final es el producto de las demás variables, las que se han sacado factor común.

Con esta premisa, si observa las cabeceras de las filas y las columnas del diagrama de Karnaugh verá que entre la primera fila que está encabezada con $\bar{A}\bar{B}$ y la segunda encabezada con $\bar{A}B$, sólo hay un bit diferente, el B, y entre ambas palabras se puede sacar factor común \bar{A} obteniéndose $\bar{A}(\bar{B} + B) = \bar{A}$. Lo mismo ocurre entre la segunda y la tercera columna encabezadas con $\bar{A}\bar{B}$ y $\bar{A}B$, sólo se diferencian en el valor del bit A resultando la expresión simplificada B. Lo mismo ocurre con el resto de las filas. Pero es más, si comparamos la primera fila y la última nos encontramos que también se diferencia en un único bit ya que tenemos $\bar{A}\bar{B}$ y $A\bar{B}$ y, por tanto, dan lugar a \bar{B} .

Si analizamos de igual forma las cabeceras de las columnas vemos que ocurre lo mismo, las palabras están colocadas de forma que son adyacentes y entre dos contiguas sólo se diferencian en el valor que toma un único bit, cumpliéndose también que la última columna, encabezada con $C\bar{D}$, es adyacente con la primera, encabezada por $\bar{C}\bar{D}$.

Si la primera fila es adyacente con la última y la primera columna con la última podemos imaginarnos que las unimos en el espacio y obtenemos una esfera, la de la figura 1.39 del texto.

		CD			
		$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
AB		00	01	11	10
		$\bar{A}\bar{B}$	00	0	1
$\bar{A}B$	01	4	5	7	6
AB	11	12	13	15	14
$A\bar{B}$	10	8	9	11	10

Con cuatro bits podemos obtener $2^4 = 16$ términos mínimos, desde el 0000 (0 en decimal) al 1111 (15 en decimal). Así, cada casilla de la tabla la numeramos con el decimal equivalente de la palabra que le

corresponde. Es decir, la primera casilla (primera fila, primera columna) corresponde a la palabra, $\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$, o sea 0000 (0 en decimal) que es número pequeño que ponemos en la esquina inferior derecha de la casilla. Análogamente, la casilla correspondiente a la primera fila y segunda columna la numeramos con un 1, que es el decimal correspondiente a la palabra $\overline{A}\overline{B}CD$ (00 01=1 en decimal), la casilla siguiente (primera fila y tercera columna) corresponde a $\overline{A}B\overline{C}D$ y por tanto la numeramos con 3 en decimal, y así sucesivamente.

Observe ahora cómo cada una de las casillas se diferencia de sus 4 vecinas (la de encima, la de abajo, la de su derecha y la de su izquierda) en un solo bit. Así, por ejemplo, las cuatro vecinas de la casilla numerada con 13 (correspondiente a $AB\overline{C}D$) son: 5 ($\overline{A}B\overline{C}D$, que se diferencia del 13 en la variable A), 9 ($\overline{A}B\overline{C}\overline{D}$, que se diferencia del 13 en la variable B), 12 ($AB\overline{C}\overline{D}$, que se diferencia del 13 en la variable D), y 15 ($ABCD$, que se diferencia del 13 en la variable C), que son las cuatro palabras posibles cada una de las cuales se diferencian de ella en un sólo bit.

Con esto, espero que le quede clara la estructura de la tabla, el porqué no se enumeran las casillas de forma consecutivas y que ahora le resulte fácil entender su funcionamiento, cuando agrupamos las casillas contiguas formando agrupamientos cuadrados o rectangulares para eliminar variables y minimizar las expresiones, ya que la propia estructura de la tabla tiene implícitamente aplicado del teorema de la adyacencia.
