Minterms y Maxterms

Como podemos ver en el texto base (pag. 33) toda función lógica se puede representar de formas distintas sin que cambie dicha función.

Nosotros vamos a centrarnos en la representación mediante *suma de términos mínimos (minterms)* y mediante *producto de términos máximos* (*maxterms*) (pag 33 a 43 del texto). Es muy importante que entendáis que, en realidad, son dos formas ***distintas y duales*** de ***representar*** la misma función.

Partimos de la base de que ya sabemos construir la tabla de verdad de una función lógica. Por tanto sólo nos vamos a centrar en cómo representamos una función lógica mediante *minterms* y mediante *maxterms* y comprobamos que ambas funciones son la misma, sólo que representada de diferente forma (Nomal Conjuntiva o Normal Disyuntiva).

Vamos a verlo a través de un ejemplo y para ello usaremos la función *anticoincidencia* de dos variables.

Esta función anticoincidencia se caracteriza por tomar el valor "1" siempre que sus variables son distintas y tomar el valor "0" cuando sus variables coinciden. Así, si llamamos *F* a la función y *A* y *B* a las variables tenemos que *F (A,B) = anticoincidencia* y se debe verificar que:

F(A,B) = 1, si A es distinto de B y *F(A,B) = 0,* si A es igual a B.

Vamos a partir de la tabla de verdad a la que vamos a añadirle dos columnas encabezadas con *minterms* y *maxterms* en cuyas filas vamos a poner las representaciones mediante *minterms* y *maxterms* de las configuraciones de entrada correspondientes. Así, la tabla de verdad para esta función es:

A	*B*	*minterms*	*maxterms*	*F= anticoincidencia*
0	0	$m0 = \overline{A}\,\overline{B}$	$M0 = A + B$	0
0	1	$m1 = \overline{A}\,B$	$M1 = A + \overline{B}$	1
1	0	$m2 = A\,\overline{B}$	$M2 = \overline{A} + B$	1
1	1	$m3 = A\,B$	$M3 = \overline{A} + \overline{B}$	0

Veamos los procedimientos para obtener las distintas formas de representar *F.*

a) Representación en la *Forma Normal Disyuntiva* (ver pag. 33) en la que se representa mediante *suma de productos* (suma de términos mínimos).

a.1: Elegimos las filas en las que ***F=1 y sumamos los términos mínimos*** (productos de las variables) de las filas correspondientes.

Así, $F = m1 + m2 = \overline{A}\,B + A\,\overline{B}$

Esta es la expresión de *F* representada mediante *minterms*.

Otra forma de obtener esta representación mediante *minterms* es:

a.2: Elegimos las filas en las que ***F=0 y sumamos los términos mínimos*** correspondientes, pero como hemos tomado los términos mínimos que hacen que *F* sea igual a "0", ***la función que obtenemos es*** $\overline{F}$ **.**

Así, en este caso tenemos: $\overline{F_2} = m0 + m3 = \overline{A}\,\overline{B} + A\,B$

Por tanto, $F_2 = \overline{m0 + m3} = \overline{\overline{A}\,\overline{B} + A\,B}$

Ahora tendremos que demostrar que ambas expresiones, F_2 y F, coinciden.

Para ello vamos a partir de la expresión de F_2 y aplicando el álgebra de Boole deberemos llegar a la expresión de F . En efecto,

$$F_2 = \overline{m0+m3} = \overline{\overline{A}\,\overline{B}+A\,B} = \overline{\overline{A}\,\overline{B}}\;\;\overline{A\,B} = (A+B)\left(\overline{A}+\overline{B}\right) \underset{\text{operando}}{=} \overset{0\ (\text{porque } 1\cdot 0=0)}{A\overline{A}}+A\overline{B}+\overline{A}B+\overset{0}{B\overline{B}} = A\overline{B}+\overline{A}B = F$$

Aplicando De MORGAN

Luego, $F_2 \equiv F$

Otra forma de demostrar que ambas funciones coinciden es:

$F_2 = \overline{m0 + m3} = 1 - (m0 + m3) = m1 + m2 = \overline{A}\,B + A\,\overline{B} = F$,

puesto que: $m0+m1+m2+m3=1$ y por tanto, $1-(m0+ m3)= m1+m2$

b) **Representación en la Forma Normal Conjuntiva** (ver pag. 36) en la que se representa la función mediante ***producto de sumas*** (producto de términos máximos).

b.1: Elegimos las filas en las que ***F=0 y multiplicamos los términos máximos*** (sumas de las variables) de las filas correspondientes.

Así, $F_3 = M0 \cdot M3 = (A + B)\left(\overline{A} + \overline{B}\right)$. Esta es la expresión de F representada mediante *maxterms*.

Veamos que F_3 coincide con F. En efecto,

$$F_3 = M0\cdot M3 = (A+B)\left(\overline{A}+\overline{B}\right) \underset{\text{operando}}{=} \overset{0}{A\overline{A}}+A\overline{B}+\overline{A}B+\overset{0}{B\overline{B}} = A\overline{B}+\overline{A}B = F$$

Otra forma de obtener esta representación mediante *maxterms* es:

b.2. Elegimos las filas en las que ***F=1 y multiplicamos los términos máximos*** correspondientes, pero como hemos tomado los términos ***máximos*** que hacen que F sea igual a "1", ***la función que obtenemos es*** $\overline{F}$ **.**

Así, en este caso obteneos: $\overline{F_4} = M1 \cdot M2 = \left(A + \overline{B}\right)\left(\overline{A} + B\right)$.

Por tanto, $F_4 = \overline{M1 \cdot M2} = \overline{\left(A + \overline{B}\right)\left(\overline{A} + B\right)}$

Comprobemos ahora que ambas expresiones coinciden. En efecto:

$$F_4=\overline{M1\cdot M2}=\overline{(A+\overline{B})(\overline{A}+B)}=\overline{(A+\overline{B})}+\overline{(\overline{A}+B)}=\overline{A}B+A\overline{B}=F$$

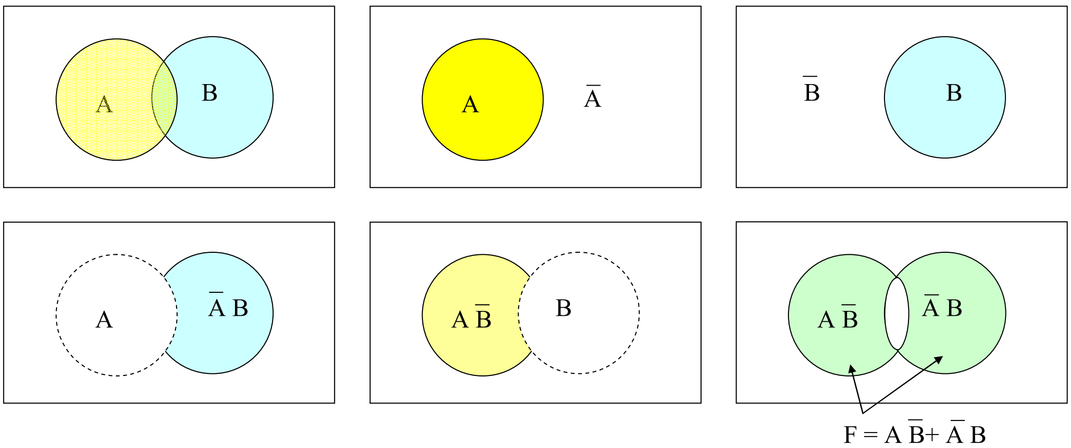
Aplicando De MORGAN

Como podemos observar, hemos obtenido la representación de la función *anticoincidencia* mediante *minterms* y mediante *maxterms* y además seleccionando los *ceros* o los *unos* de *F*. Es decir tenemos 4 formas (las cuatro combinaciones posibles) de obtener la expresión lógica de cualquier función y todas coinciden y, por tanto, representan a la misma función.

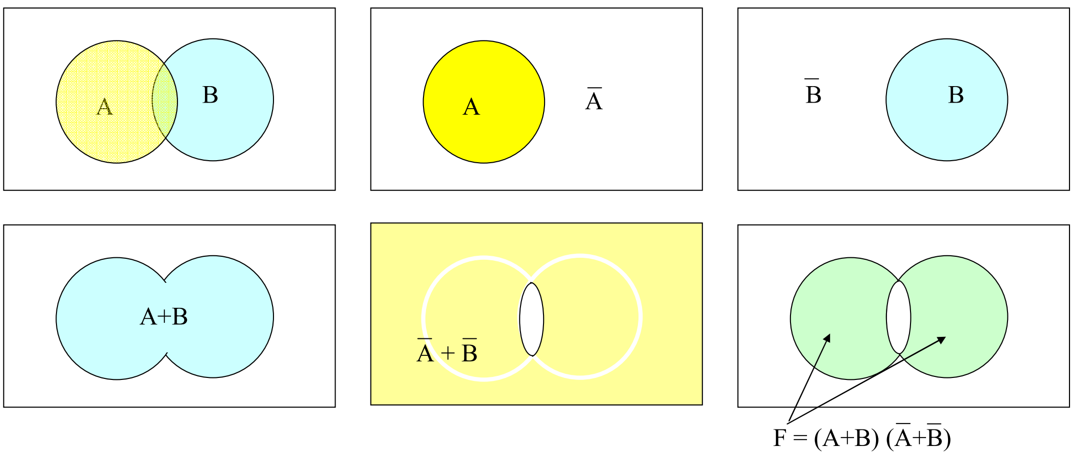
Otra forma de comprobar que estas funciones coinciden es mediante los diagramas de Venn.

Veámoslo para los apartados **a.1** y **b.1**, El resto lo podéis hacer vosotros.

Para la función del apartado **a.1** ($F = m1 + m2 = \overline{A}B + A\overline{B}$) resulta:



Para la función del apartado b.1 ($F_3 = M0 \cdot M3 = (A+B)(\overline{A}+\overline{B})$) resulta:



Como podemos ver ambas áreas matizadas en verde coinciden. La primera está obtenida como ***unión de intersecciones*** (suma de productos) y la segunda como ***intersección de uniones*** (producto de sumas).

Decimos que son ***duales*** porque podemos pasar de una representación a otra haciendo los siguientes cambios:

Suma (Σ) por ***Producto*** (Π) ó (***OR*** por ***AND***) ó ($+$ *por* $\cdot$)

Producto (Π) por ***Suma*** (Σ) ó (***AND*** por ***OR***) ó ($\cdot$ por $+$)

"1" por ***"0"***

"0" por ***"1"***

F por $\overline{F}$

$\overline{F}$ por ***F***

Variable por $\overline{variable}$ (ejemplo A por $\overline{A}$)

$\overline{variable}$ por ***variable***
